

mit 
$$x_i = \frac{a_i^2}{2 x_0^2} = \frac{1}{2} \frac{M \omega_0^2 a_i^2}{\hbar \omega_0} \quad \text{und} \quad n_\nu = l_1^{n'} + l_2^{n'} + l_3^{n'} + \dots - (l_1^n + l_2^n + l_3^n + \dots) .$$

(Dabei bezeichnet  $a_i$  die Verschiebung der Ruhelagen des  $i$ -ten Oszillators.)

Der Beweis dieses Satzes soll ebenfalls nicht an dieser Stelle durchgeführt werden<sup>12</sup>. Jedoch geben wir noch eine nähere Interpretation seines Inhalts. Betrachtet man nämlich die rechtsstehende Funktion, so zeigt sich, daß diese nicht eine hochdimensionale Funktion der einzelnen  $x_i$  ist, sondern daß in sie nur der Ausdruck:

$$S = \sum_i x_i$$

eingeht. Von diesem Ausdruck kann man aber nun nachweisen, daß er beim Übergang von einer Eigenschwingungsdarstellung  $\{\xi_k^{\mu}\}$  in eine andere  $\{\xi_k^{\mu'}\}$  invariant bleibt; das bedeutet, da  $S$  zugleich die FOURIER-Analyse in bezug auf ein gewähltes Eigensystem darstellt, daß für sämtliche Eigenschwingungssysteme die gleiche Übergangswahrscheinlichkeit entsteht. Diese Aussage scheint zunächst trivial, wenn man von der Äquivalenz zweier durch unitäre Transformation verknüpfter Systeme von Eigenvektoren ausgeht. Sie ist es jedoch nicht in folgendem Sinne: Bei der von uns gewählten Darstellung wird die durch elektrostatische Kräfte hervorgerufene Gitterverschiebung nach zwei Gittereigenfunktionen aufgelöst. Die Verschiebung wird also hier durch maximal angepaßte Funktionen beschrieben und die thermische Mittelung kann streng ausgeführt werden. Im Gegensatz dazu verwendeten sowohl PEKAR<sup>2</sup>, als auch HUANG und RHYS<sup>14</sup> ein dem punktsymmetrischen Problem der Verschiebungen außer-

<sup>14</sup> HUANG u. RHYS, Proc. Roy. Soc., Lond. A **204**, 413 [1951].

ordentlich gering angepaßtes Funktionensystem von ebenen Wellen. Um bei diesem System die thermische Mittelung durchführen zu können, mußten sich die genannten Autoren (was der Sinn der Sache war, da die hier abgeleiteten Integrale für Mehrquantenübergänge noch nicht bekannt waren) auf Einquantenübergänge beschränken. Die damit durchgeführte Rechnung konnte trotz der Kleinheit der FOURIER-Koeffizienten nicht streng gerechtfertigt werden. Die hier gelieferte Formel zeigt, da sie mit dem Ergebnis der eben zitierten Autoren für den Fall einer Entwicklung nach ebenen Wellen übereinstimmt, daß ihre Ergebnisse strenge Gültigkeit beanspruchen können. Wir möchten aber darauf hinweisen, daß diese Rechnung nur die nullte Näherung für optische Übergänge aus dem thermischen Gleichgewicht zu liefern vermag. In vielen Fällen – bei den fortgeschrittenen Anforderungen, die an die Theorie gestellt werden – ist es jedoch notwendig, sowohl erste und zweite Näherungen zu verwenden, als auch Übergänge aus Nichtgleichgewichtszuständen im thermodynamischen Sinne der Gitterschwingungen zuzulassen. In beiden Fällen zeigt sich, daß die Methode der Zerlegung nach ebenen Wellen keine mathematisch bewältigbaren Ansätze ergibt, wogegen die von uns gewählte Zerlegung nach maximal angepaßten Funktionen ohne größere Schwierigkeiten die angestrebten Erweiterungen zuläßt.

Herrn Prof. Dr. E. FUES danke ich, daß ich diese Arbeit in seinem Institut durchführen durfte, und außerdem für freundliche Diskussion. Ebenfalls danken möchte ich Herrn Dr. H. STUMPF für viele Anregungen; ein Zusatz in § 4 stammt von ihm.

## NOTIZEN

### Eine Bemerkung zur Methode der gesteuerten Anregung

Von S. OBERLÄNDER

Forschungsinstitut für Mathem., Abt. Angewandte Mathematik  
der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin  
(Z. Naturforsch. **14 a**, 91–92 [1959]; eingegangen am 14. November 1958)

In einer kürzlich erschienenen Arbeit<sup>1</sup> wurde eine Methode angegeben, die für sehr viele nichtstationäre Prozesse die Anwendbarkeit reaktionskinetischer Modelle zu entscheiden und ohne Einführung weiterer

Näherungen gewisse Parameter dieser Modelle durch einen Vergleich mit dem Experiment zu bestimmen gestattet.

Speziell für das häufig diskutierte Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{n} &= a + \alpha h - \beta n(H-h) - \gamma n(n+h), \\ h &= \beta n(H-h) - \alpha h, \end{aligned} \quad (1)$$

ergab sich unter dem Ansatz

$$n \equiv n_0 \quad \text{für} \quad t > t_0$$

<sup>1</sup> K.W. BÖER u. S. OBERLÄNDER, Z. Naturforsch. **13 a**, 351 [1958].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition “no derivative works”). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

eine Anregungsfunktion der Form

$$a(t) = A - B \exp[C(t - t_0)],$$

wobei

$$C = -(\alpha + \beta n_0).$$

Eine weitere Untersuchung hat ergeben, daß auch die Konstante  $A$  auf eine sehr einfache Form gebracht werden kann. Es ergibt sich nämlich

$$A = \gamma n_0^2 \left( 1 + \frac{\beta H}{\alpha + \beta n_0} \right) = \gamma n_0^2 \left( 1 - \frac{\beta H}{C} \right).$$

Wird also  $a(t)$  für verschiedene  $n_0$  gemessen, so kann mit Hilfe der daraus bestimmbaren Konstanten  $A$  und

$C$  nicht nur das lineare Gesetz  $C(n_0)$ , sondern auch das lineare Gesetz  $A/n_0^2 \cdot (1/C)$  geprüft werden. Aus erstem ergeben sich, wie früher<sup>1</sup> gezeigt, die Anregungswahrscheinlichkeit  $\alpha$  und der Anhaftkoeffizient  $\beta$ , aus letzterem darüber hinaus der Rekombinationskoeffizient  $\gamma$  und die Hafttermkonzentration  $H$ .

Bezüglich des Differentialgleichungssystems (1) kann also zusammenfassend gesagt werden, daß die Methode der gesteuerten Anregung *sämtliche* reaktionskinetischen Parameter des ihm entsprechenden Modells auf einfache Weise und ohne Einführung von weiteren Näherungen zu bestimmen gestattet.

## Feldeffekt an CdS-Einkristallen

Von W. THIELEMANN

Physikalisches Institut der Karl-Marx-Universität Leipzig  
(Z. Naturforschg. **14 a**, 92—93 [1959]; eingegangen am 29. November 1958)

In einer früheren Notiz<sup>1</sup> wurde über einige feldabhängige Effekte bei teilweiser Belichtung berichtet: Ein CdS-Einkristall, an dessen möglichst weit voneinander entfernt angeordneten Elektroden eine Spannung von etwa 100 V liegt, wird mit Licht im Gebiet der Grundgitter-Absorption bestrahlt. Etwa in der Mitte zwischen beiden Elektroden wird mit Hilfe einer Blende ein 0,5 mm breiter, senkrecht zur Feldrichtung liegender Schattenstreifen erzeugt. Verschiebt man die Blende ruckartig um ein kleines Stück  $\Delta s$ , das kleiner ist als die Blendenbreite, so tritt ein Stromstoß auf, wenn die Verschiebung in Richtung zur Anode erfolgt. Dagegen sinkt der Strom vorübergehend ab, wenn die Blende um den gleichen Betrag in Richtung zur Kathode verschoben wird. Wenn  $\Delta s$  größer ist als die Blendenbreite, tritt auch bei Verschieben der Blende in Richtung zur Kathode ein Stromstoß auf, der aber kleiner ist als bei Verschieben der Blende in Richtung zur Anode. Der Unterschied ist um so kleiner, je größer  $\Delta s$  ist.

Es lag die Vermutung nahe, daß diese Erscheinung auf dem sogenannten Feldeffekt beruht, d. h., daß infolge der auftretenden Potentialänderungen innerhalb des Kristalls durch Influenz die Elektronenzahl im Kristall und damit die Leitfähigkeit beeinflußt wird. Um diese Vermutung zu prüfen, wurde zur Verstärkung der Influenzwirkung parallel zur Kristalloberfläche in einem Abstand von 0,1 mm eine Kondensatorplatte angeordnet und mit Kathode oder Anode verbunden. Es zeigte sich, daß durch diese Maßnahme der Effekt bedeutend größer wird: Unabhängig von der Länge der Strecke  $\Delta s$  tritt bei Verschieben der Blende in Richtung zur Anode ein großer Stromstoß auf, dagegen bei Verschieben der Blende in Richtung zur Kathode eine vorübergehende Stromabsenkung.

Bei ruhender Blende fällt fast die gesamte Spannung an dem Dunkelgebiet ab. Wird die Blende in Richtung zur Anode verschoben, so nimmt der von dem Schatten überstrichene Teil des Kristalles annähernd das Potential der Kathode an, während er vorher annähernd

Anodenpotential hatte. Diese Potentialänderung  $\Delta V$  führt entsprechend der Beziehung  $\Delta Q = C \Delta V$  zu einer Vergrößerung der Elektronenzahl in dem betroffenen Gebiet und damit zu einer Erhöhung der Leitfähigkeit. Die Größe  $C$  bedeutet die Kapazität zwischen dem beschatteten Gebiet und der Kondensatorplatte. (Bei fehlender Kondensatorplatte bedeutet  $C$  die Kapazität zwischen dem beschatteten Gebiet und den Wänden des Abschirmgehäuses.) Innerhalb kurzer Zeit wird allerdings der weitaus größte Teil der influenzierten Elektronen von Haftstellen aufgenommen. Infolgedessen tritt bei ruckartigem Verschieben der Blende nur ein kurzzeitiger Stromstoß auf. Verschieben der Blende in Richtung zur Kathode führt zu einer Potentialänderung mit umgekehrtem Vorzeichen und damit zu einem Entzug von Leitungselektronen; der Strom sinkt ab. Allmählich steigt aber der Strom wieder an, da der Mangel an Leitungselektronen durch Nachlieferung von Elektronen aus den Haftstellen ausgeglichen wird.

Größere Stromänderungen treten auf, wenn man den Kristall gleichmäßig ohne Zwischenschaltung einer Blende belichtet und das Potential der Kondensatorplatte sprunghaft um 100 V oder mehr verändert. Die Platte sei zunächst auf Kathodenpotential. Lädt man sie um den genannten Betrag positiv auf, so entsteht ein Stromstoß, dessen Maximum bei sehr schwacher Belichtung den Photostrom um mehrere Größenordnungen übertrifft. Innerhalb einiger Millisekunden klingt der Stromstoß ab und geht in einen stationären Strom über, der etwas größer ist als vorher. Wenn man die Platte wieder entlädt, setzt der Strom einige Sekunden lang vollkommen aus und beginnt dann allmählich auf seinen ursprünglichen Wert anzusteigen.

Bei fehlender Bestrahlungsanregung tritt kein Stromstoß auf, wenn man die Platte positiv auflädt. Offenbar werden die influenzierten Elektronen sofort von tieferen Haftstellen eingefangen, die bei Bestrahlung besetzt sind. Die Influenzladung kann durch einen einfachen Versuch nachgewiesen werden: Beide Elektroden des Kristalls werden miteinander verbunden und über einen hochohmigen Widerstand geerdet. Die vorher geerdete Kondensatorplatte wird bei Dunkelheit positiv aufgeladen und anschließend wieder geerdet. Die dabei influenzierten Elektronen werden von Haftstellen einge-

<sup>1</sup> W. THIELEMANN, Z. Naturforschg. **12 a**, 1023 [1957].